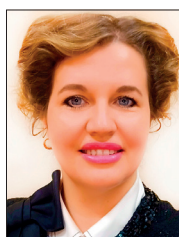


Научная статья

УДК 623.764:656.7

doi: 10.17122/1999-5458-2023-19-3-179-188

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ САМОЛЕТНОГО ТИПА

**Алина Александровна Зайцева****Alina A. Zaitseva**

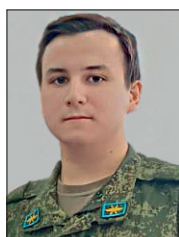
кандидат технических наук, доцент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

**Дмитрий Константинович Кильмаков****Dmitriy K. Kilmakov**

студент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

**Евгений Артемович Зайцев****Evgeny A. Zaitsev**

студент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

**Дим Ринатович Култаев****Dim R. Kultaev**

студент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

**Матвей Владимирович Белявцев****Matvey V. Belyavtsev**

студент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

**Иван Петрович Силин****Ivan P. Silin**

студент кафедры «Электронная инженерия» факультета авионики, энергетики и инфокоммуникаций, Уфимский университет науки и технологий (филиал в г. Кумертау), Кумертау, Россия

Актуальность

Разработка алгоритма управления группой беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) самолетного типа.

Цель исследования

Повышение эффективности использования БПЛА за счет управления движением в плотных групповых порядках.

Задачи исследовательского проекта

1. Анализ математических моделей движения БПЛА в группе;
2. Синтез алгоритма координации автономных БПЛА в группе.

Методы исследования

Принципы и методы системного анализа, теорий линейных и нелинейных систем автоматического управления, линейной алгебры, функционального анализа, компьютерного моделирования.

Результаты

Алгоритм управления группой БПЛА самолетного типа отличается тем, что он обеспечивает координацию внутрисистемных взаимодействий между участниками группы за счет перевода вектора переменных состояния в заданную область дискретного пространства за один такт управления.

Ключевые слова

алгоритм, управление полетом, траектория, безопасность, линеаризация, управляющие воздействия, синтез, матрица

Для цитирования: Зайцева А. А., Кильмаков Д. К., Зайцев Е. А., Култаев Д. Р., Белявцев М. В., Силин И. П. Разработка алгоритма управления группой беспилотных летательных аппаратов самолетного типа // *Электротехнические и информационные комплексы и системы*. 2023. № 3. Т. 19. С. 179–188. <http://dx.doi.org/10.17122/1999-5458-2023-19-3-179-188>.

Original article

DEVELOPMENT OF A CONTROL ALGORITHM FOR A GROUP OF AIRCRAFT-TYPE UNMANNED AERIAL VEHICLES

Relevance

Development of an algorithm for controlling a group of aircraft-type unmanned aerial vehicles (UAVs).

Aim of research

To improve the efficiency of using UAVs by controlling movement in dense group formations.

The objectives of the research project are:

1. Analysis of mathematical models of UAV movement in a group;
2. Synthesis of an algorithm for coordinating autonomous UAVs in a group.

Research methods

The principles and methods of system analysis, theories of linear and nonlinear automatic control systems, linear algebra, functional analysis, and computer modeling.

Results

The algorithm for controlling a group of aircraft-type UAVs is distinguished by the fact that it ensures coordination of intra-system interactions between group members by transferring a vector of state variables to a given area of discrete space in one control cycle.

Keywords

algorithm, flight control, trajectory, safety, linearization, control actions, synthesis, matrix

For citation: Zaitseva A. A., Kilmakov D. K., Zaitsev E. A., Kul'taev D. R., Belyavtsev M. V., Silin I. P. Razrabotka algoritma upravleniya gruppoy bespilotnykh letatel'nykh apparatov samoletnogo tipa [Development of a Control Algorithm for a Group of Aircraft-Type Unmanned Aerial Vehicles]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy* – *Electrical and Data Processing Facilities and Systems*, 2023, No. 3, Vol. 19, pp. 179–188 [in Russian]. <http://dx.doi.org/10.17122/1999-5458-2023-19-3-179-188>.

Введение

В последнее время интерес к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) значительно возрос. Это связано с тем, что успехи, достигнутые в разработке БПЛА, создают хорошие предпосылки для широкого круга их применения, в частности для исследования земной поверхности, в том числе зон стихийных бедствий, мест чрезвычайных ситуаций, для обнаружения очагов пожаров, для измерения метеорологических данных, радиационного фона и других факторов, а также для обеспечения телекоммуникаций, мониторинга трубопроводов и линий электропередачи, патрулирования границ. Связано это с тем, что БПЛА гораздо дешевле пилотируемой авиации, более просты в обслуживании, их полет может быть намного продолжительнее, они также могут работать в темноте, в условиях плохой видимости, кроме того, они могут применяться в ситуациях, угрожающих жизни пилота [1].

Дальнейшее развитие функциональных возможностей БПЛА привело к созданию дистанционно управляемых авиационных систем, автономно реализующих свое функциональное предназначение путем формирования и выполнения внутренних динамических алгоритмов функционального поведения при эпизодическом вмешательстве оператора с целью постановки новой задачи для групп БПЛА и контроля за их поведением [2]. Возможности дистанционно управляемых авиационных систем в наибольшей степени соответствуют случаю управления группой БПЛА, когда управляющие воздействия формируются как результат коллективного целенаправленного взаимодействия в интересах решения общей задачи [3]. Под группой БПЛА обычно понимают некоторую совокупность летательных аппаратов, которые подчиняются определенным правилам сбора в группу, способны

выдерживать свое место в строю на прямолинейных и криволинейных участках полета всей группы в целом, реагировать на изменения окружающей среды и взаимодействовать друг с другом для решения единой целевой задачи, поставленной перед группой [4, 5].

Групповое применение летательных аппаратов способствует повышению их эффективности на различных стадиях операции. Причем требования, предъявляемые к построению группы на отдельных этапах, могут быть различными и часто имеют противоречивый характер. Это определяет необходимость гибкого формирования группы средств в операции, которое позволяет выбирать параметры пространственно-временного и комбинаторного взаимного положения элементов, исходя из требований каждого этапа и операции в целом.

С точки зрения пространственно-временного положения элементов в группе последние могут выполнять:

- групповой маневр, при котором номинальные траектории движения всех элементов конгруэнтны;
- индивидуальный маневр, при котором каждый элемент, независимо от других, может менять параметры траектории движения;
- смешанный маневр, при котором возможно изменение параметров движения как всей группой средств, так и отдельными элементами.

Что касается комбинаторного положения, то оно характеризует структуру построения группы элементов различных типов, например целевых элементов (непосредственно решающих задачу) и обеспечивающих элементов. Формирование пространственно-временной модели построения группы должно базироваться на учете ограничений по располагаемой энергетике, маневренным возможностям, взаимной расстановке и т.д.

На систему управления группой БПЛА возлагается задача согласованного управления каждым из них для организации движения строем по заданной траектории, которая обеспечивает наиболее эффективное достижение цели, поставленной перед группой. Система управления полётом БПЛА в строю осуществляет контроль правильности удержания траектории каждым летательным аппаратом с точностью, обеспечивающей безопасность в плотных групповых порядках. На эту же систему возлагается задача межсамолётной навигации и организации взаимодействия БПЛА по информационным каналам с целью определения взаимных координат.

В данном исследовательском проекте рассматривается задача анализа математических моделей движения БПЛА в группе и синтез алгоритма координации автономных БПЛА в группе.

Анализ математических моделей движения БПЛА в группе

Группа БПЛА, движущихся строем, рассматривается как связанная система тел со значительным числом степеней свободы [6, 7]. Причем количество степеней возрастает в скоординированной системе управления для всего набора самолетов. В связи с этим широко используется модель относительного движения группы БПЛА, согласно которой в группе выделяют несущее тело (носитель) и носимые тела. Головной или главный БПЛА действует как носитель, а ведомые летательные аппараты играют роль носимых тел. Любой тип формации — колонна, фронт, ромб, пеленг, клин или смешанная формация — может рассматриваться как совокупность пар: ведущий-ведомый. Следует отметить, что при формировании таких пар используют два принципа. В одном случае привязка ведомого БПЛА осуществляется к идущему впереди. Во вто-

ром все подчиненные БПЛА определяют характер своего движения относительно ведущего беспилотника. Рассмотрим модель, отвечающую за принципы построения ведущего беспилотника.

При использовании такой модели параметры движения формации задаются направлением движения, скоростью и ускорением ведущего беспилотника. Следовательно, в качестве системы координат, в которой должно описываться относительное движение каждого БПЛА группы, необходимо выбрать систему координат траектории ведущего БПЛА.

Следуя [7], опишем вначале абсолютное движение каждого объекта в составе группы из N БПЛА в скоростной системе координат с учетом кинематических уравнений связи в земной системе координат:

$$\begin{aligned}\frac{dV_i}{dt} &= g(n_{xai} - \sin \theta_i); \\ \frac{d\theta_i}{dt} &= \frac{g}{V_i}(n_{yai} \cos \gamma_{ai} - \cos \theta_i); \\ \frac{d\psi_i}{dt} &= \frac{g}{V_i \cos \theta_i} n_{yai} \sin \gamma_{ai}; \\ \frac{dx_{gi}}{dt} &= V_i \cos \theta_i \cos \psi_i; \\ \frac{dy_{gi}}{dt} &= V_i \sin \theta_i; \\ \frac{dz_{gi}}{dt} &= -V_i \cos \theta_i \sin \psi_i; \\ i &= 1, 2, \dots, N,\end{aligned}\quad (1)$$

где V_i — путевые скорости;

θ_i, ψ_i — углы наклона траектории и курса;

γ_{ai} — скоростные углы крена;

n_{xai}, n_{yai} — перегрузки в скоростной системе координат;

x_{gi}, y_{gi}, z_{gi} — координаты движения БПЛА в земной системе координат.

В системе (1) индекс $i = 1$ соответствует ведущему БПЛА, а индексы $i \geq 2$ — ведомым БПЛА. Линеаризация уравнений (1) позволяет получить совокупность линейных уравнений состояния:

$$\begin{aligned}\delta\dot{V}_i &= a_{11}^{(i)}\delta V_i + a_{12}^{(i)}\delta\theta_i + a_{13}^{(i)}\delta\psi_i + a_{14}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{15}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{16}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{11}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{12}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{13}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{14}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ \delta\dot{\theta}_i &= a_{21}^{(i)}\delta V_i + a_{22}^{(i)}\delta\theta_i + a_{23}^{(i)}\delta\psi_i + a_{24}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{25}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{26}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{21}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{22}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{23}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{24}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ \delta\dot{\psi}_i &= a_{31}^{(i)}\delta V_i + a_{32}^{(i)}\delta\theta_i + a_{33}^{(i)}\delta\psi_i + a_{34}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{35}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{36}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{31}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{32}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{33}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{34}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ \delta\dot{x}_{gi} &= a_{41}^{(i)}\delta V_i + a_{42}^{(i)}\delta\theta_i + a_{43}^{(i)}\delta\psi_i + a_{44}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{45}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{46}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{41}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{42}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{43}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{44}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ \delta\dot{y}_{gi} &= a_{51}^{(i)}\delta V_i + a_{52}^{(i)}\delta\theta_i + a_{53}^{(i)}\delta\psi_i + a_{54}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{55}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{56}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{51}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{52}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{53}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{54}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ \delta\dot{z}_{gi} &= a_{61}^{(i)}\delta V_i + a_{62}^{(i)}\delta\theta_i + a_{63}^{(i)}\delta\psi_i + a_{64}^{(i)}\delta x_{gi} + a_{65}^{(i)}\delta y_{gi} + a_{66}^{(i)}\delta z_{gi} + \\ &+ b_{61}^{(i)}\delta u_R^{(i)} + b_{62}^{(i)}\delta u_{\vartheta}^{(i)} + b_{63}^{(i)}\delta u_B^{(i)} + b_{64}^{(i)}\delta u_H^{(i)}; \\ i &= 1, 2, \dots, N, \quad (2)\end{aligned}$$

здесь $\delta u_R^{(i)}, \delta u_{\vartheta}^{(i)}, \delta u_B^{(i)}, \delta u_H^{(i)}$ — управляющие воздействия, соответственно, положение рычага управления двигателем, углы отклонения элеронов, рулей высоты и направления.

Уравнения относительного движения ведомых БПЛА в траекторной системе координат ведущего БПЛА можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Delta x_{gi} &= x_{g1} - x_{gi}; \\ \Delta y_{gi} &= y_{g1} - y_{gi}; \\ \Delta z_{gi} &= z_{g1} - z_{gi}; \\ \Delta V_{xgi} &= \frac{dx_{g1}}{dt} - \frac{dx_{gi}}{dt}; \\ \Delta V_{ygi} &= \frac{dy_{g1}}{dt} - \frac{dy_{gi}}{dt}; \\ \Delta V_{zgi} &= \frac{dz_{g1}}{dt} - \frac{dz_{gi}}{dt};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_{gi}^{(1)} &= \Delta x_{gi} \cos \theta_1 \cos \psi_1 + \Delta y_{gi} \sin \theta_1 - \Delta z_{gi} \cos \theta_1 \sin \psi_1; \\ y_{gi}^{(1)} &= -\Delta x_{gi} \sin \theta_1 \cos \psi_1 + \Delta y_{gi} \cos \theta_1 + \\ &+ \Delta z_{gi} \sin \theta_1 \sin \psi_1; \\ z_{gi}^{(1)} &= \Delta x_{gi} \sin \psi_1 + \Delta z_{gi} \cos \psi_1; \\ \Delta V_{xgi}^{(1)} &= \Delta V_{xgi} \cos \theta_1 \cos \psi_1 + \Delta V_{ygi} \sin \theta_1 - \\ &- \Delta V_{zgi} \cos \theta_1 \sin \psi_1; \\ \Delta V_{ygi}^{(1)} &= -\Delta V_{xgi} \sin \theta_1 \cos \psi_1 + \Delta V_{ygi} \cos \theta_1 - \\ &- \Delta V_{zgi} \sin \theta_1 \sin \psi_1; \\ \Delta V_{zgi}^{(1)} &= \Delta V_{xgi} \sin \psi_1 + \Delta V_{zgi} \cos \psi_1; \\ i &= 2, 3, \dots, N, \quad (3)\end{aligned}$$

где $x_{gi}^{(1)}, y_{gi}^{(1)}, z_{gi}^{(1)}$ и $\Delta V_{xgi}^{(1)}, \Delta V_{ygi}^{(1)}, \Delta V_{zgi}^{(1)}$ — соответственно, координаты и относительные скорости ведомых БПЛА относительно ведущего в траекторной системе координат последнего.

В свою очередь, линеаризация уравнений (3) позволяет получить совокупность уравнений наблюдения, которые задают траекторию движения ведомых БПЛА относительно ведущего:

$$\begin{aligned}\delta x_{gi}^{(1)} &= c_{11}^{(i)}\delta\theta_1 + c_{12}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{13}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{14}^{(i)}\delta y_{g1} + c_{15}^{(i)}\delta z_{g1} - \\ &- c_{13}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{14}^{(i)}\delta y_{gi} - c_{15}^{(i)}\delta z_{gi}; \\ \delta y_{gi}^{(1)} &= c_{21}^{(i)}\delta\theta_1 + c_{22}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{23}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{24}^{(i)}\delta y_{g1} + c_{25}^{(i)}\delta z_{g1} - \\ &- c_{23}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{24}^{(i)}\delta y_{gi} - c_{25}^{(i)}\delta z_{gi}; \\ \delta z_{gi}^{(1)} &= c_{32}^{(i)}\delta\psi_1 + c_{33}^{(i)}\delta x_{g1} + c_{35}^{(i)}\delta z_{g1} - c_{33}^{(i)}\delta x_{gi} - c_{35}^{(i)}\delta z_{gi}; \\ i &= 2, 3, \dots, N. \quad (4)\end{aligned}$$

Объединяя уравнения (2), (4) и переходя к разностной форме записи, сформируем модель движения группы БПЛА в следующем виде:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bg(k); \\ y(k) &= Cx(k), \quad (5)\end{aligned}$$

где $x(k)$ — прямая сумма векторов состояния в записи уравнений (2), размерности $\dim x(k) = n$;

$g(k)$ — вектор воздействий на ведомые БПЛА со стороны ведущего, размерность которого равна $\dim g(k) = m$;

$y(k)$ — вектор обобщенных выходных координат, характеризующих движение всей группы БПЛА с размерностью $\dim x(k) = l$.

Характер поведения группы БПЛА, который требуется для полета беспилотников, определяется желаемым законом изменения вектора выходных координат $y^*(t)$, который формирует соответствующую траекторию движения системы (5) по фазовому многообразию.

Синтез алгоритма координации автономных БПЛА в группе

На систему координированного управления группой БПЛА возлагаются задачи по сборке беспилотников в группу и последующему синхронному управлению каждым из них для организации движения группировки по заданной траектории, которую формирует ведущий БПЛА на основе цели, поставленной перед группой. Реализация такого управления требует формирования командного уровня управления и организации вертикальной (иерархической) координации взаимодействующих автономных подсистем управления БПЛА, связанных друг с другом. В связи с этим система координации управления группировкой БПЛА будет иметь вид двухуровневой иерархической структуры [8]. Нижний уровень образован автономными бортовыми системами управления, предназначенными для стабилизации параметров движения центра масс БПЛА по заданной траектории.

Для управления, решающего задачи каждой отдельной подсистемы по отношению к задаче верхнего уровня иерархической системы, разработано [9] условие существования: для координируемости подсистемы нижнего уровня относительно решаемой задачи в подсистеме верхнего уровня необходимо и достаточно, чтобы для каждой подсистемы нижнего уровня за заданное количество

тактов решения задачи самоуправления с управляющим воздействием, подаваемым в произвольном такте из подсистемы верхнего уровня, имелось такое локальное управляющее воздействие, чтобы обобщенные показатели функционирования относились к заданной области.

Сформулированное условие предусматривает, что автономные подсистемы управления БПЛА, обрабатывая координирующие воздействия, должны обеспечивать движение вектора обобщенных выходных координат системы по заданному многообразию. Указанное требование позволяет выделить в дискретном пространстве состояний системы (5) соответствующее множество $x^*(k)$ значений вектора переменных состояния:

$$Cx^*(k) = y^*(k). \quad (6)$$

Случай, когда $x(k) \in x^*(k)$ означает, что движение каждого БПЛА в группе обеспечивает требуемый закон движения строя летательных аппаратов. Если же $x(k) \notin x^*(k)$, то в силу (6) глобальная цель не достигается, и в группе происходят несогласованные процессы, требующие их координации. Расстояние в дискретном пространстве между фактическими $x(k)$ и желаемыми $x^*(k)$ значениями переменных состояния определяется минимальной длиной вектора [10]:

$$\rho(k) = x^*(k) - x(k). \quad (7)$$

Из выражений (6) и (7) следует, что для вектора рассогласования $\rho(k)$ справедлива система уравнений

$$C\rho(k) = Cx^*(k) - Cx(k),$$

или

$$C\rho(k) = y^*(k) - Cx(k). \quad (8)$$

Так как матрица C не является квадратной, то для системы (8) не может быть получено решение в классическом виде $\rho(k) = C^{-1}(y^*(k) - Cx(k))$. В то же время может быть найдено нормальное псевдорешение [11], имеющее наименьшую евклидову длину среди всех векторов

$\rho(k)$, приносящих минимум величине $C\rho(k) - (y^*(k) - Cx(k))$.

Оно определяется с помощью псевдообратной матрицы C^+ следующим образом:

$$\rho(k) = C^+(y^*(k) - Cx(k)).$$

Отметим, что псевдообратной матрицей или обобщенной матрицей Мура-Пенроуза для матрицы A размерности $m \times n$ является матрица A^+ размерности $n \times m$, для которой выполняются следующие условия:

1) A^+ и A^+A — эрмитовы матрицы, для которых справедливы равенства $(AA^+)^T = AA^+$ и $(A^+A)^T = A^+A$;

$$2) AA^+A = A; \quad (9)$$

$$3) A^+AA^+ = A^+.$$

В отношении матрицы C из уравнения (8), имеющей размерность $l \times n$, и ранг равный 1, справедливы следующие утверждения:

1) матрица CC^T обратима;

2) псевдообратная матрица C^+ определяется как

$$C^+ = C^T(CC^T)^{-1}, \quad (10)$$

где C^T — матрица, транспонированная по отношению к матрице C .

Действительно, если $\det CC^T = 0$, то уравнение $CC^T x = 0$ имеет нетривиальное решение x_0 . Применяя к равенству $CC^T x_0 = 0$ известное свойство эквивалентности матричных равенств типа $AQ^T Q = 0$ и $QA^T = 0$, при этом имея в виду $A = I$ и $Q = C^T$, получаем, что $C^T x_0 = 0$. Отсюда в силу исходного ранга матрицы C вытекает, что $x_0 = 0$. Значит $\det CC^T \neq 0$ и матрица CC^T обратима.

Второе утверждение (10) проверяется прямой проверкой условий (9), определяющих псевдообратные матрицы.

Следовательно, наименьшее по модулю решение системы (6) находится следующим образом:

$$\rho(k) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k) - Cx(k)). \quad (11)$$

Координирующее управление $g(k)$ будем искать, исходя из условия минимизации ожидаемого расстояния между желаемыми и текущими состояниями подсистем нижнего уровня управления, т.е.

$$\rho(k+1) = x^*(k+1) - x(k+1) \rightarrow 0.$$

Действительно, в этом случае:

$$x(k+1) \rightarrow x^*(k+1),$$

$$y(k+1) = Cx(k+1) \rightarrow Cx^*(k+1) = y^*(k+1),$$

в силу чего в группе БПЛА будет осуществляться движение обобщенной выходной координаты $y(k)$ по желаемому фазовому многообразию $y^*(k)$ размерности 1.

Следовательно, задачу согласованного управления группой БПЛА можно интерпретировать как задачу обеспечения движения вектора обобщенных выходных координат группы по заданной траектории в дискретном пространстве состояний. Заданная траектория должна соответствовать заданному закону изменения желаемой траектории полета, и в каждый дискретный момент подачи управляющих воздействий может корректироваться в зависимости от текущей ситуации.

Полагая, что координирующее управление использует переменные состояния автономных подсистем управления БПЛА, определим ожидаемую величину вектора $\rho(k)$. С учетом уравнения (11) имеем:

$$\rho(k+1) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - Cx(k+1)). \quad (12)$$

Подставив в соответствии с (5) выражение для $x(k+1)$, получим:

$$\rho(k+1) = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k) - CBg(k)). \quad (13)$$

Управление, формируемое координатором, определим из условия попадания на желаемую траекторию $y^*(k+1)$ согласованного движения группы БПЛА за один такт координирующего управления. Это требование соответствует

предельному случаю условия существования координирующего управления для подсистем нижнего уровня относительно задачи, решаемой в подсистеме верхнего уровня. Следовательно, ожидаемое расхождение между заданными и текущими состояниями автономных подсистем управления БПЛА $\rho(k+1)$ должно равняться нулю, т.е.

$$\rho(k+1) = 0. \quad (14)$$

Из последнего выражения, с учетом (13), следует, что координирующее управление $g(k)$ должно удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} C^T(CC^T)^{-1}CBg(k) = \\ = C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k)). \end{aligned} \quad (15)$$

Используя обозначения

$$\begin{aligned} H &= C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k)), \\ P &= C^T(CC^T)^{-1}CB, \end{aligned} \quad (16)$$

запишем систему (15) в виде

$$Pg(k) = H. \quad (17)$$

Отметим, что для неквадратной матрицы P система (17) будет разрешимой при выполнении условия:

$$(I - PP^+)H = 0, \quad (18)$$

где P^+ — матрица, псевдообратная для P .

В этом случае система уравнений (17) имеет следующее решение:

$$g(k) = P^+H. \quad (19)$$

В самом деле, умножая обе части уравнения (17) слева на $(I - PP^+)$, получаем:

$$(I - PP^+)Pg(k) = (I - PP^+)H.$$

Так как в силу свойства $PP^+P = P$ для псевдообратных матриц имеем:

$$(P - PP^+P) = P - P = 0,$$

то

$$(I - PP^+)H = 0.$$

Отсюда вытекает, что $PP^+H = H$, и, следовательно, выражение (19) является решением уравнения (17).

Покажем теперь, что условие (18) выполняется для системы уравнений (15). С этой целью найдем вначале псевдообратную матрицу для P . При этом

воспользуемся скелетным разложением матрицы P в виде:

$$P = VW, \quad (20)$$

где $V = C^T(CC^T)^{-1}$, $W = CB$ — матрицы размерности соответственно $1 \times n$, $n \times m$.

Непосредственной подстановкой в условия, определяющие псевдообратные матрицы, можно показать, что матрица

$$P^+ = W^+V^+ \quad (21)$$

является псевдообратной к матрице P . Здесь матрица W^+ , по аналогии с (10), находится как

$$W^+ = W^T(WW^T)^{-1}. \quad (22)$$

Аналогично для матрицы V , имеющей размерность $1 \times n$ и $\text{rank}\{V\} = l$, получаем

$$V^+ = (V^TV)^{-1}V^T. \quad (23)$$

Подставим в выражения (22) и (23) формулы для V и W , следующие из (20):

$$\begin{aligned} V^+ &= [(C^T(CC^T)^{-1})^TC^T(CC^T)^{-1}]^{-1}(C^T(CC^T)^{-1})^T = \\ &= [((CC^T)^{-1})^TCC^T(CC^T)^{-1}]^{-1}((CC^T)^{-1})^TC = \\ &= [((CC^T)^{-1})^T]^{-1}((CC^T)^{-1})^TC = C \end{aligned}$$

$$\text{и } W^+ = (CB)^T(CB(CB)^T)^{-1}.$$

Следовательно,

$$P^+ = W^+V^+ = (CB)^T(CB(CB)^T)^{-1}C. \quad (24)$$

Используя выражение для P^+ и формулу (16) для H , получаем

$$\begin{aligned} (I - PP^+)H &= \\ &= (I - C^T(CC^T)^{-1}CB(CB)^T(CB(CB)^T)^{-1}C)C^T(CC^T)^{-1} \times \\ &\quad \times (y^*(k+1) - CAx(k)) = \\ &= (I - C^T(CC^T)^{-1}C)C^T(CC^T)^{-1}(y^*(k+1) - CAx(k)) = \\ &= (C^T(CC^T)^{-1} - C^T(CC^T)^{-1}CC^T(CC^T)^{-1}) \times \\ &\quad \times (y^*(k+1) - CAx(k)) = \\ &= (C^T(CC^T)^{-1} - C^T(CC^T)^{-1})(y^*(k+1) - CAx(k)) = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, система (15) имеет решение, вид которого с учетом уравнений (19), (16), (24) задается выражением

$$g(k) = -(CB)^T(CB(CB)^T)^{-1}CC^T(CC^T)^{-1} \times \\ \times (CAx(k) - y^*(k+1)),$$

или, поскольку $CC^T(CC^T)^{-1} = I$,

$$g(k) = -(CB)^T(CB(CB)^T)^{-1}(CAx(k) - y^*(k+1)). \quad (25)$$

В системе (5), замкнутой координирующим управлением (25), достигается

полное согласование динамических процессов отдельных подсистем. Это находит свое выражение в обеспечении движения обобщенных выходных координат $y(k)$ системы, определяющих фактический уровень согласования состояний подсистем, по желаемой траектории $y^*(k)$. Действительно, подставляя уравнение (25) в систему (5), имеем

$$x(k+1) = Ax(k) - B(CB)^T (CB(CB)^T)^{-1} CAx(k) + B(CB)^T (CB(CB)^T)^{-1} y^*(k+1).$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} y(k+1) &= Cx(k+1) = \\ &= CAx(k) - CB(CB)^T (CB(CB)^T)^{-1} CAx(k) + \\ &+ CB(CB)^T (CB(CB)^T)^{-1} y^*(k+1) = y^*(k+1). \end{aligned}$$

Таким образом, с помощью предложенного метода синтезируется координирующее управление, обеспечивающее согласованное управление БПЛА в группе с целью достижения заданной траектории движения. Подход к синтезу прямого цифрового управления, лежа-

щий в основе алгоритма функционирования координатора, использует специфику дискретного пространства состояний и предполагает минимизацию ожидаемого расстояния между текущим набором состояний и областью дискретного пространства, заданной особым способом [12, 13].

Выводы

В представленной работе рассмотрена задача повышения эффективности использования БПЛА за счет управления движением в плотных групповых порядках.

Для достижения цели использован алгоритм управления группой БПЛА самолетного типа, который отличается тем, что он обеспечивает координацию внутрисистемных взаимодействий между участниками группы за счет перевода вектора переменных состояния в заданную область дискретного пространства за один такт управления.

Список источников

1. Моисеев В.С. Групповое применение беспилотных летательных аппаратов. Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2017. 572 с. ISBN 978-5-906935-01-4.
2. Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 280 с. ISBN 978-5-9221-1141-6.
3. Белоглазов Д.А. и др. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах / Под ред. В.Х. Пшихопова. М.: Физматлит, 2015. 305 с. ISBN: 978-5-9221-1674-9. EDN: XYICFV.
4. Евдокименков В.Н., Красильщиков М.Н., Оркин С.Д. Управление смешанными группами пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов в условиях единого информационно-управляющего поля. М.: Изд-во МАИ, 2015. 271 с.
5. Зенкевич С.Л., Галустьян Н.К. Децентрализованное управление группой квадрокоптеров // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 11. С. 774–782. doi: 10.17587/mau.17.774-782. EDN: XAGUGT.
6. Терентьев В. М. Задача управления полетом ДПЛА в групповых порядках и способы и

средства ее решения // Авиакосмическое приборостроение. 2009. № 1. С. 10–25.

7. Верба В.С., Меркулов В.И., Миляков Д.А. Проблемы управления большими плотными группами беспилотных летательных аппаратов // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2018. Т. 16, № 6. С. 3–13. EDN: XSVNYT.

8. Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. Групповое управление движением мобильных роботов в неопределенной среде с использованием неустойчивых режимов // Труды СПИИРАН. 2018. Т. 5(60). С. 39–63. EDN: VJNTNO.

9. Веселов Г.Е., Скляров А.А., Никадо Г.М. Нелинейное управление группой роботов всенаправленного движения // Известия ЮФУ. Технические науки. 2018. Т.5, № 199. С. 152–162.

10. Ефремов А.Ю., Легович Ю.С. Стайное управление малыми беспилотными летательными аппаратами в среде с препятствиями // Проблемы управления. 2019. № 3. С. 72–80. doi: 10.25728/ru.2019.3.8. EDN: XCVEWG.

11. Shirani B., Najafi M., Izadi I. Cooperative Load Transportation Using Multiple UAVs // Aersp. Sci. Technol. 2019. Vol. 84. P. 158–169. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.10.027>.

12. Ahn H.-S. Preliminary Background // Formation Control. Studies in Systems, Decision and Control. Cham: Springer, 2020. P. 3–26. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15187-4_1.

13. Muslimov T., Munasyrov R. Three-Dimensional Consensus-Based Control of Autonomous UAV Swarm Formations // Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics «Zavalishin's Readings». Smart Innovation, Systems and Technologies. 2021. Vol. 187. P. 69–80. doi: 10.1007/978-981-15-5580-0_5.

References

1. Moiseev V.S. *Gruppovoe primeneniye bespilotnykh letatel'nykh apparatov* [Group Use of Unmanned Aerial Vehicles]. Kazan': Redaktsionno-izdatel'skiy tsentr «Shkola», 2017. 572p. ISBN 978-5-906935-01-4. [in Russian].

2. Kalyaev I.A., Gaiduk A.R., Kapustyan S.G. *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov* [Models and Algorithms for Collective Control in Groups of Robots]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 280 p. ISBN 978-5-9221-1141-6. [in Russian].

3. Beloglazov D.A. et al. *Gruppovoe upravleniye podvizhnymi ob'ektami v neopredelennykh sredakh* [Group Control of Moving Objects in Uncertain Environments]. Ed. by V. Kh. Pshikhov. Moscow, Fizmatlit Publ., 2015. 305 p. ISBN: 978-5-9221-1674-9. EDN: XYICFV. [in Russian]. [in Russian].

4. Evdokimenkov V.N., Krasil'shchikov M.N., Orkin S.D. *Upravleniye smeshannymi gruppami pilotiruemykh i bespilotnykh letatel'nykh apparatov v usloviyakh edinogo informatsionno-upravlyayushchego polya* [Control Mixed Groups of manned and Unmanned Aerial Vehicles in Conditions of a Single Information and Control Field]. Moscow, Izd-vo MAI, 2015. 271p. [in Russian].

5. Zenkevich S.L., Galustyan N.K. Detsentralizovannoe upravleniye gruppoy kvadrokopteroz [Decentralized Control of a Quadcopter Swarm]. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye – Mechatronics, Automation, Control*, 2016, No. 11, pp. 774–782. doi: 10.17587/mau.17.774-782. EDN: XAGUGT. [in Russian].

6. Terent'ev V. M. The Task of the Flight Control RPV Group Orders and Ways and Means for Its

Solution. *Aviakosmicheskoe priborostroeniye*, 2009, No. 1, pp. 10–25. 2009.

7. Verba V.S., Merkulov V.I., Milyakov D.A. Problemy upravleniya bol'shimi plotnymi gruppami bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Problems of Controlling Large Dense Groups of Unmanned Aerial Vehicles]. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy – Information-Measuring and Control Systems*, 2018, Vol. 16, No. 6, pp. 3–13. EDN: XSVNYT. [in Russian].

8. Pshikhov V.Kh., Medvedev M.Yu. Gruppovoe upravleniye dvizheniem mobil'nykh robotov v neopredelennoy srede s ispol'zovaniyem neustoiichivyykh rezhimov [Group Control of the Movement of Mobile Robots in an Uncertain Environment Using Unstable Modes]. *Trudy SPIIRAN – SPIIRAS Proceedings*, 2018, Vol. 5 (60), pp. 39–63. EDN: VJNTNO. [in Russian].

9. Veselov G.E., Sklyarov A.A., Nikado G.M. Nelineinoye upravleniye gruppoy robotov vsenapravlennoy dvizheniya [Nonlinear Control of a Group of Robots of Omnidirectional Motion]. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki – Izvestia SFU. Technical Science*, 2018, Vol. 5, No. 199, pp. 152–162. [in Russian].

10. Efremov A.Yu., Legovich Yu.S. Stainoye upravleniye malymi bespilotnymi letatel'nyimi apparatami v srede s prepyatstviyami [Flocking Control of Small Unmanned Aerial Vehicles in Obstacle Field]. *Problemy upravleniya – Problemy Upravleniya*, 2019, No. 3, pp. 72–80. doi: 10.25728/pu.2019.3.8. EDN: XCVEWG. [in Russian].

11. Shirani B., Najafi M., Izadi I. Cooperative Load Transportation Using Multiple UAVs. *Aerosp. Sci. Technol.*, 2019, Vol. 84, pp. 158–169. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.10.027>.

12. Ahn H.-S. Preliminary Background. *Formation Control. Studies in Systems, Decision and Control*. Cham, Springer, 2020, pp. 3–26. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15187-4_1.

13. Muslimov T., Munasyrov R. Three-Dimensional Consensus-Based Control of Autonomous UAV Swarm Formations. *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics «Zavalishin's Readings»*. Smart Innovation, Systems and Technologies, 2021, Vol. 187, pp. 69–80. doi: 10.1007/978-981-15-5580-0_5.

Статья поступила в редакцию 20.09.2023; одобрена после рецензирования 27.09.2023; принята к публикации 30.09.2023.

The article was submitted 20.09.2023; approved after reviewing 27.09.2023; accepted for publication 30.09.2023.